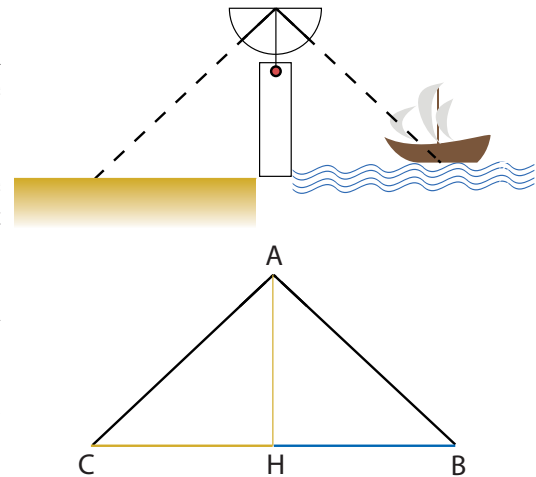


Les instruments de visée « connaissance-en-action »

Les instruments matérialisent d'emblée une invention et sont porteurs de connaissances. Pourtant, leur rôle a été largement sous-estimé dans l'histoire des mathématiques. Une approche de l'enseignement le mettant en valeur serait donc profitable, dès lors qu'elle repose sur l'étude d'une famille d'entre eux et non sur une présentation hétéroclite.

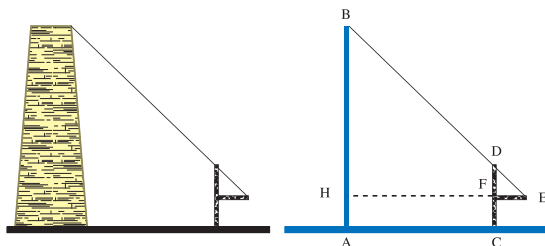
Le cadran et l'invention de la notion d'angle

L'arpentage consiste, pour mesurer les distances, à reporter un bâton et à compter le nombre de reports. Mais, au VI^e siècle avant J.-C., la géométrie grecque va au-delà de l'arpentage en résolvant un « problème de distance inaccessible », celui qui consiste à déterminer la distance d'un bateau en mer. Pour cela, les Ioniens ont utilisé un instrument de visée, cadran sur lequel tourne une partie mobile autour d'une partie maintenue verticale grâce à un fil à plomb. En montant sur un endroit élevé, il est possible de viser le bateau en orientant la partie mobile. Ensuite, il faut se retourner en gardant la même inclinaison et viser un point sur le sol. Pour expliquer comment le problème est ainsi résolu, il faut représenter la situation. En détachant du réel les éléments essentiels, on réalise un schéma puis une mise en figure, qui permet de les connecter. De cette figure émerge la notion d'angle, « notion abstraite » attribuée aux Ioniens. Nous avons donc en même temps la naissance d'une notion et d'un discours raisonné, qui énonce que l'égalité des angles implique l'égalité de distances.



Du bâton à l'instrument de Gerbert

Dans sa *Géométrie*, vers 1000, Gerbert d'Aurillac explique comment mesurer la largeur d'une rivière avec un bâton. Il plante son bâton sur le bord de la rivière et s'éloigne du bord jusqu'à ce que son œil, l'extrémité du bâton et l'autre bord de la rivière soient alignés. Un calcul sur les rapports de grandeur donne le résultat.

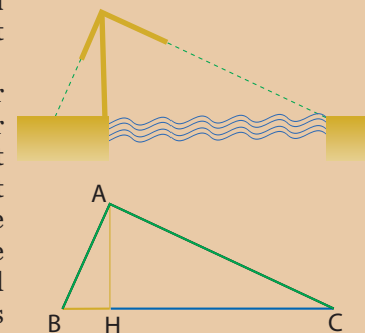


Un autre instrument permet d'obtenir plus facilement la solution : il est composé de deux bâtons, solidaires et perpendiculaires, dont les trois parties ainsi déterminées sont égales. Pour mesurer la hauteur d'un édifice, Gerbert aligne l'extrémité du bâton horizontal, le haut du bâton vertical et le haut de l'édifice. Cette fois, l'égalité de BH et HE, permet d'obtenir AB comme somme de HE et FC, car la distance HE est accessible par arpentage. Notons que, pour obtenir la solution, il faut adjoindre à la figure une droite HE, qui est le témoin de la ruse et de la connaissance du géomètre. Cette droite ne représente aucun élément tangible, elle est « imaginative ». Nous avons affaire ici à un instrument parce que sa conception incorpore une connaissance du géomètre, la notion de triangle isocèle : l'instrument est *instruit*.

L'équerre articulée d'Oronce Fine et le théorème du triangle rectangle

Dans sa *Protomathesis* de 1532, Oronce Fine présente un instrument que nous appelons aujourd'hui « équerre articulée ». L'instrument est composé d'un bâton qui sera dressé verticalement et de deux bâtons perpendiculaires l'un à l'autre (les alidades) fixés au sommet du bâton et qui peuvent tourner autour.

Pour mesurer, par exemple, la largeur d'une rivière, il faut poser l'instrument au bord de la rivière et viser à l'aide d'une alidade l'autre bord de la rivière, puis viser à l'aide de la



seconde alidade un point qui se trouve de notre côté de la rivière, mais en terre ferme. La distance entre ce point et la base du bâton est connue, ainsi que la hauteur du bâton. Ceci suffit à connaître la largeur de la rivière. Le fonctionnement de cet instrument repose sur le théorème $AH^2 = BH \times HC$ qui énonce que, dans un triangle rectangle le carré de la hauteur est égale au produit des segments déterminés sur la base ; c'est la proposition 8 du Livre VI d'Euclide. L'équerre articulée est une *connaissance-en-action* de ce théorème.

Barbin, Evelyne, « L'outil technique comme théorème en acte ». In *Ces instruments qui font la science*. Paris: Sciences et avenir, 2004.

Barbin, Evelyne, *Les constructions mathématiques avec des instruments et des gestes*. Paris: Ellipses, 2014.