par Michel Criton

Le tournoi mathématique du Limousin

Le Tournoi mathématique du Limousin, organisé dans les départements de Corrèze, de Creuse et de Haute-Vienne, s'adresse aux élèves de quatrième et aux lycéens, travaillant par équipe de deux élèves. Quelques exemples des problèmes posés.

Le prix du Soleil

Alice vend les voyelles mais offre gratuitement les consonnes et les accents.
Au pays d'Alice, Vénus vaut 30 euros, Mercure vaut 43 euros et Uranus 54 euros.
Jupiter vaut le double de Mars et Pluton a le même prix que la Terre.

Quel est le prix du Soleil ?

ARA mon perroquet

Mon perroquet (ARA) n'utilise que les lettres A et R.

Il peut remplacer un mot par un autre en respectant une seule règle.

Un A peut être remplacé par RAR ou **RAR peut être remplacé par A**.

Par exemple, à partir de AA, il peut construire RARA, ARAR, RARRAR, mais aussi recommençant à partir des premières transformations, RRARRA...

1. Donnez trois mots qu'il peut construire à partir de ARARA.

2. Montrez qu'il peut former RRAAA à partir de RAARA.

3. Pourquoi RARAR ne peut il pas être formé à partir de RAARA ?

Plus vrai que vrai

« **Six plus deux égale huit** », bien sûr ! C'est vrai aussi en écrivant :

$$\begin{array}{r} \text{S I X} \\ +\,\text{D E U X} \\ \hline =\text{H U I T} \end{array}$$

Chaque lettre représente un chiffre de 0 à 7, avec les trois règles suivantes :
- aucun nombre ne peut commencer par zéro ;
- deux lettres différentes doivent être remplacées par deux chiffres différents ;
- deux lettres identiques doivent être remplacées par deux chiffres identiques.

Écrivez les opérations que vous avez trouvées et indiquez les remarques qui vous ont permis de les obtenir.

Réponses page 19

Solutions sur tangente-education.com

C'est renversant

En utilisant tous les chiffres de 1 à 9, Léon a formé trois nombres de trois chiffres qu'il a ajoutés pour former une somme S. Noël a renversé les trois nombres formés par Léon (par exemple 135 devient 531) et a calculé leur somme S'.

1. Dans cette partie, Léon a obtenu S = 2016.

a) Montrez sur un exemple que Léon peut effectivement obtenir S = 2016 et donnez pour cet exemple la valeur de S', somme obtenue par Noël.

b) Quelles sont les différentes sommes S' que Noël peut obtenir ?

2. Dans cette partie, Léon a obtenu une somme S non précisée.

a) Pour quelles sommes S, obtenues par Léon, Noël peut-il obtenir une somme S' égale à S ?

b) Pour combien de sommes S y a-t-il exactement deux possibilités pour la somme S' ?

L'invasion des 1

Dans ce problème on a seulement le droit d'utiliser le nombre 1, des additions, des multiplications et des paires de parenthèses, mais on ne peut pas utiliser les nombres 11, 111, ...
En utilisant exactement 5 fois le nombre 1 on peut obtenir tous les entiers compris entre 1 et 6.
Par exemple :
1 + 1 + 1 * 1 * 1 = 3 et (1 + 1) * (1 + 1 + 1) = 6.

1. Montrez qu'avec exactement 6 fois le nombre 1 on peut obtenir tous les entiers de 1 à 9.

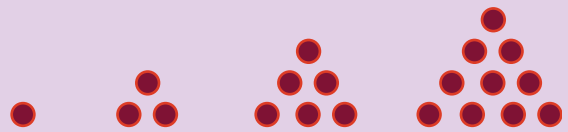
2. Quels entiers peut-on obtenir avec exactement 7 fois le nombre 1 ?

3. Quel est le plus grand entier qu'on peut obtenir avec exactement 10 fois le nombre 1 ?

4. Obtenez ainsi 2016 avec le minimum de fois le nombre 1.

5. Quel est le plus grand entier qu'on peut obtenir avec exactement *n* fois le nombre 1 ?

Les nombres triangulaires



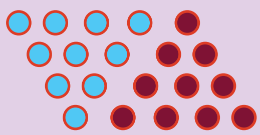
$T_1 = 1$ $T_2 = 3$ $T_3 = 6$ $T_4 = 10$

1. Pour tous

a) Calculez T_5, T_6, T_7, T_8.

b) Exprimez T_n en fonction de n sous la forme d'une somme d'entiers.

Pour calculer un nombre triangulaire on utilise la formule :
$2\,T_n = n\,(n+1)$ schématisée pour $n = 4$ par ce dessin :



c) Le nombre 2016 est-il un nombre triangulaire ?

d) Les entiers 1 et 36 sont des nombres triangulaires égaux au carré d'un nombre entier.
Trouvez au moins un autre nombre triangulaire égal au carré d'un nombre entier.

2. Uniquement pour les élèves de première et de terminale

e) Montrez que la différence des carrés de deux nombres triangulaires consécutifs est le cube d'un entier.

f) Les nombres triangulaires peuvent-ils se terminer par n'importe quel chiffre ?

Palindromes

Un palindrome est un nombre qui reste le même si on renverse l'ordre de ses chiffres, comme par exemple 82528.
On s'intéresse aux palindromes à 5 chiffres, ne commençant pas par un 0 et qui sont divisibles par 101.

Quel est le plus petit ?
Quel est le plus grand ?
Combien y a t-il de tels nombres ?

Mêmes questions en remplaçant 101 par 103.

Réponses aux problèmes de rallyes (pages 18 et 19)

(Solutions complètes consultables dans la version numérique du présent numéro sur le site tangente-education.com)

Le prix du Soleil

32 euros.

ARA mon perroquet

1. AAA, RARAA, RARRARA…

2. À partir de RAARA on peut former RRARARA, à partir de RRARARA on peut former RRAAA.

3. RARAR ne peut pas être formé à partir de RAARA.

Plus vrai que vrai

Le problème admet six solutions :
361+4701=5062 ; 341+5701=6042 ; 312+5702=6014 ; 761+4301=5062 ; 741+5301=6042 ; 712+5301=6014.

L'invasion des 1

1. $1 \times 1 \times 1 \times 1 \times 1 \times 1 = 1$;
$1 + 1 \times 1 \times 1 \times 1 \times 1 = 2$;
$1 + 1 + 1 \times 1 \times 1 \times 1 = 3$;
$1 + 1 + 1 + 1 \times 1 \times 1 = 4$;
$1 + 1 + 1 + 1 + 1 \times 1 = 5$;
$1 + 1 + 1 + 1 + 1 + 1 = 6$;
$(1 + 1) \times (1 + 1 + 1) + 1 = 7$;
$(1 + 1) \times (1 + 1 + 1 + 1) = 8$;
$(1 + 1 + 1) \times (1 + 1 + 1) = 9$;

2. Avec 7 nombres 1, on peut obtenir les entiers de 1 à 10, ainsi que 12.

3. Avec 10 nombres 1, le plus grand entier obtenu est 36 :
$(1 + 1 + 1 + 1) \times (1 + 1 + 1) \times (1 + 1 + 1)$

4. On peut obtenir 2016 avec 22 nombres 1 en l'écrivant sous la forme : $3 \times 3 \times 2 \times 2 \times 2 \times (3 \times 3 \times 3 + 1)$

5. Avec n fois le nombre 1, on écrit la division de n par 3 : $n = 3q + r$.
Si $r = 0$, le plus grand nombre est 3^q.
Si $r = 1$, c'est $4 \times 3^{q-1}$
Si $r = 2$, c'est 2×3^q.

C'est renversant

1. a) S = 451 + 672 + 893 = 2016 qui donne S' = 154 + 276 + 398 = 828.

1. b) Il n'y a que deux possibilités pour S' : 828 et 1719.

2. a) 9 valeurs de S : 1341, 1422, 1503, 1584, 1665, 1746, 1827, 1908, 1989.

2. b) 72 sommes S donnent deux S'.

Les nombres triangulaires

a) $T_5 = 15$, $T_6 = 21$, $T_7 = 28$, $T_8 = 36$.

b) $T_n = 1 + 2 + \ldots + (n - 1) + n$.

c) $T_{63} = 63 \times 32 = 2016$.
2016 est bien un nombre triangulaire.

d) $T_8 = 36 = 6^2$, $T_{49} = 1225 = 35^2$, $T_{288} = 41616 = 204^2$, …
Il existe une infinité de nombres triangulaires qui sont des carrés.

e) $T_n^{\ 2} - T_{n-1}^{\ 2} =$
$[n(n + 1)/2]^2 - [n(n-1)/2]^2 = n^3$.

f) Les nombres triangulaires peuvent donc se terminer par 0,1,3,5,6,8 mais pas par 2,4,7,9.

Palindromes

101 : Le plus petit nombre est 10201.
Le plus grand est 49894.
Il y a 40 solutions divisibles par 101.

103 : Le plus petit nombre est 21012.
Le plus grand est 89198.
Il y a 8 solutions divisibles par 103.

Faites vos jeux au Palais de la Découverte

Sur 300 m², ce sont plus de 40 manipulations qui questionnent le visiteur sur sa perception du hasard. Le hasard possède des lois et peut être utilisé pour prédire ou mesurer. Il défie le sens commun. Coïncidences stupéfiantes, miracles ou… mathématiques ?

Une partie des installations provient du Mathematikum de Giessen (Allemagne) mais la majorité a été conçue par les médiateurs du Palais de la découverte en collaboration avec le Musée d'histoire des sciences de la ville de Genève (Suisse). Entièrement adaptée en braille, l'exposition aborde également des questions de statistique, de simulation ou d'échantillonnage. Suivant son niveau on y trouvera des réponses… ou d'autres questions.

Sur le site du Palais de la Découverte, les enseignants pourront trouver un « Dossier enseignants » contenant la description de l'exposition ainsi que toutes les informations pratiques pour y emmener leurs élèves. Un « Parcours élève » est également téléchargeable. Il permet de fabriquer un livret de 4 pages que les élèves complèteront au cours de leur visite.

http://www.palais-decouverte.fr

Un livre, pour faire aimer les maths aux élèves

Dans son livre *Nous sommes tous des mathématiciens*, Thierry Dias, nous donne « *des clés pour faire aimer les maths à [nos] élèves* ».

L'ouvrage, plutôt à destination des enseignants du primaire, peut aussi parfaitement profiter aux professeurs de collège. L'auteur y donne des exemples d'activités à pratiquer avec ses élèves, des descriptions de jeux et de manipulations pour la classe, le tout assorti de conseils sur la gestion des élèves en activité ou sur le matériel dont il convient d'équiper sa classe. Il évoque également des *postures de l'enseignant* vis-à-vis de ses élèves pour, comme l'indique le titre d'un des chapitres, « *enseigner les mathématiques sans complexe* ».

L'objectif est de réveiller le mathématicien, ou la mathématicienne qui sommeille en chacun de nous.

Nous sommes tous des mathématiciens,
Thierry Dias,
Magnard, 2015,
160p, 20 €